Vredelievende Legers **Hans Meijer**

Het is al weer bijna vijf jaar geleden dat ik mijn column ‘vierenzestig’ schreef. John Tan liet me toen weten dat hij bij mijn ‘Schaken is Wiskunde’ stukjes al na twee zinnen afhaakte maar dat hij ‘64’ gelezen en tot de laatste alinea begrepen had. Ik had dus iets eerder met die column moeten stoppen maar het bloed kruipt nu eenmaal waar het niet gaan kan. Een gewaarschuwd man telt echter voor twee dus ik zal mij in deze column inhouden.

De aanleiding voor deze column is de OEIS (On-Line Encyclopedia of Integer Sequences) getallenreeks A250000, vredelievende legers van dames: het maximum aantal m zodat er m witte dames en m zwarte dames op een n x n schaakbord staan zonder dat die elkaar aanvallen. Laat ik dit aan de hand van een concreet voorbeeld toelichten.

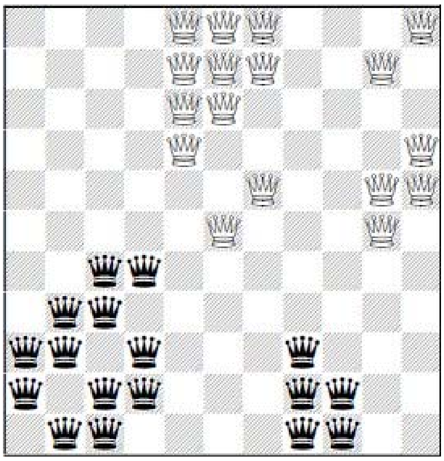

Fig. 21. 11 x 11 schaakbord (m = 17)

In figuur 1 zien we een 11 x 11 schaakbord met daarop 17 witte en 17 zwarte dames die elkaar niet aanvallen zoals elke schaker zelf zal kunnen controleren. Voor dit schaakbord geldt dus dat n = 11 en m = 17. De lezer kan zelf nagaan dat voor een 3 x 3 schaakbord m = 1 en dat voor een 4 x 4 schaakbord m = 2. Voor het gewone 8 x 8 schaakbord geldt dat m = 9 maar zo’n stelling is lastiger om te construeren. Lukt het u om dit voor elkaar te krijgen? Momenteel is men nog niet verder dan het 13 x 13 schaakbord waarvoor m = 24. Hoe verder te komen is de grote vraag waar wij momenteel voor staan. Professionele wiskundigen zullen proberen voor dit probleem abstracte modellen te maken en amateur wiskundigen, zoals u en ik, zullen simpelweg een 14 x 14 schaakbord op een stuk papier tekenen en daarop zoveel mogelijk witte en zwarte dames proberen te plaatsen. Beide methoden zijn legitiem en het zal u wellicht verbazen dat amateurs in dit soort situaties vaak eerder het juiste antwoord vinden dan professionals. Het is bekend dat voor het 14 x 14 bord m groter of gelijk is aan 28 en kleiner of gelijk is aan 43. Bent u in staat om deze ondergrens iets te verhogen?

De auteur van getallenreeks A250000 is de beroemde wiskundige Donald Knuth. Een boeiende en geestige man die zichzelf als ‘schrijver over programmeren’ presenteert.

Het zou mooi zijn als we het A250000 probleem in een formule zouden kunnen vangen die in één keer de waarden van m voor alle n x n schaakborden geeft. Voor dit specifieke probleem vermoed ik dat er nog een lange weg te gaan is. Voor bijvoorbeeld A070030, het aantal gesloten ‘knight’s tours’ op een 3 x 2n schaakbord, is dit wel gelukt en kon de vlag uitgestoken worden. Noam Elkies, de wereldkampioen schaakproblemen oplossen van 1996, en Donald Knuth vonden onafhankelijk van elkaar de oplossing.

In Neil Sloane’s OEIS zijn de nodige getallenreeksen te vinden die met schaken te maken hebben. Enkele trefwoorden (+ chess) en aantallen: king (153), queen (140), rook (70), knight (117), bishop (83) en pawn (16).

Er zijn vele wiskundigen die schaakten of schaken bestudeerden. Een van hen was de oud-wereldkampioen schaken Max Euwe wiens naam we in de OEIS bij de Thue-Morse getallenreeks A010060 aantreffen.

Van mijn eigen schaakbijdragen aan de OEIS vind ik A180662, de gouden driehoek, de interessantste. Zie voor meer informatie mijn artikel ‘Famous numbers on a chessboard’, Acta Nova, Vol. 4, No. 4, Dec. 2010, pp. 589-598, met als hamvraag: ‘Kende Hipparchus (190 – 120 BC) een spel dat op (het Arabische) schaken (shatranj) leek?’

Schaken is Wiskunde, Hans Meijer, 1 (een), 2 (twee), 3 (drie), 4 (vier), 5 (vijf), 6 (zes) en 64 (vierenzestig).